LISTA DE EXERCÍCOS DE LÓGICA PROPOSICIONAL

André Nascimento Pontes
Universidade Federal do Amazonas – UFAM
Departamento de Filosofia

COMPLETUDE VERO-FUNCIONAL:

[1] Prove a completude vero-funcional dos seguintes pares de conectivos:
(i) $(\neg,\wedge)$
(ii) $(\neg,\vee)$

[2] Prove que o par $(\neg, \leftrightarrow)$ não é completo verofuncionalmente.

TAUTOLOGIA, CONTRADIÇÃO E CONTINGÊNCIA:

[1] Sobre as noções de tautologia, contradição e contingência:

i) Se P é uma tautologia, então $\neg$P é uma __________________.
ii) Se P é uma contradição, então $\neg$P é uma _________________.
iii) Se P é uma tautologia e Q é uma sentença contraditória, então P$\wedge$Q é uma __________________.
iv) Se Q é uma tautologia, então P$\rightarrow$Q é uma ___________________.
v) Se R é uma contradição, então R$\rightarrow$S é uma __________________.
vi) Se R é uma tautologia e S é uma contradição, então R$\vee$S é uma _________________.

[2] Verifique se as sentenças abaixo são tautologias ou contradições:

(a) $(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow [(P \rightarrow Q)\wedge(Q \rightarrow P)]$
(b) $(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow [(P \rightarrow Q)\wedge(\neg P \rightarrow\neg Q)]$
(c) $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$
(d) $P \vee \neg P$
(e) $(P \wedge \neg P) \leftrightarrow C$
(f) $(\neg P \rightarrow C) \leftrightarrow P$
(g) $[(P\wedge \neg Q) \rightarrow C] \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$
(h) $[(P \rightarrow Q)\wedge P] \rightarrow Q$
(i) $[\neg Q \wedge (P \rightarrow Q)] \rightarrow \neg P$
(j) $[\neg P\wedge(P\vee Q)] \rightarrow Q$
(k) $(P\wedge Q) \rightarrow P$
(l) $[(P \rightarrow Q)\wedge(Q \rightarrow R)] \rightarrow (P \rightarrow R)$
(m) $[(P_1 \rightarrow P_2)\wedge(P_2 \rightarrow P_3)\wedge \ldots \wedge(P_{n-1} \rightarrow P_n)] \rightarrow (P_1 \rightarrow P_n)$

[3] Supondo que a proposição P seja uma tautologia e usando o recurso da tabela de verdade, verifique se a sentença $(P\rightarrow Q)\rightarrow[(P\rightarrow R)\rightarrow(Q\rightarrow R)]$ é uma tautologia ou uma contradição.

TABLÔS SEMÂNTICOS:

[1] Usando árvores semânticas, verifique se as proposições abaixo são tautologias, contradições ou contingência.

(a) $(p\leftrightarrow q)\rightarrow(\neg q\rightarrow\neg p)$

(b) $r\vee s\rightarrow\neg(\neg r\wedge\neg s)$

(c) $(p\rightarrow\neg q)\leftrightarrow(\neg p\wedge q)$

(d) $[P \rightarrow(Q\rightarrow R)] \leftrightarrow [(P\wedge Q)\rightarrow R]$

(e) $\neg[\neg(P\wedge Q) \rightarrow (\neg P\vee\neg Q)]$

(f) $(\neg\neg P\rightarrow Q) \rightarrow \neg(\neg\neg P\wedge\neg Q)$

(g) $P\vee(Q\wedge R) \leftrightarrow (P\vee Q)\wedge(P\vee R)$

(h) $[P\rightarrow(\neg Q\vee R)]\rightarrow[(P\leftrightarrow Q) \rightarrow ((P\vee Q)\wedge\neg R)]$

[2] O lógico e matemático britânico Augustus De Morgan provou dois princípios lógicos que hoje levam seu nome. São eles:
(a) $\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$
(b) $\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$

Usando o método da árvore semântica, prove que os dois princípios acima são de fato verdades lógicas.

FORMALIZAÇÃO:

[1] Dada a lista de sentenças atômicas, formalize as sentenças abaixo:

P: João é platonista.
Q: João aceita universais.
R: João aceita entidades abstratas.
S: João é nominalista.
T: João estuda Metafísica.

(i) Se João é platonista e aceita universais, então ele aceita entidades abstratas.
(ii) Seja João platonista ou nominalista, João estuda metafísica.
(iii) Se João não aceita entidades abstratas, João é um nominalista e não um platonista.
(iv) Não é verdade que se João estuda metafísica, ele é ou um platonista ou um nominalista.
(v) Não é o caso que se João não estuda metafísica, então ele não é nem nominalista nem platonista.
(vi) Se João não é nominalista, ele aceita entidades abstratas, e se ele não aceita entidades abstratas, ele não é um platonista.

[2] Dadas as seguintes sentenças:

P: Faz sol;
Q: Júlia vai à praia;

R: Júlia vai ao cinema;
S: Júlia fica alegre.

Formalize as seguintes afirmações:

a) Se fizer sol, não é o caso que Júlia vai ao cinema e não à praia.
b) Não importa se faz ou não sol, Júlia vai à praia.
c) Não é verdade que Júlia vai à praia e não ao cinema caso faça sol.
d) Quer faça sol ou não, Júlia fica alegre.
e) Se fizer sol e Júlia for à praia e não ao cinema, Júlia fica alegre.
f) Se fizer sol, Júlia fica alegre e vai à praia. Por outro lado, se não fizer sol, Júlia não fica alegre, mas vai ao cinema.

[3] Em *Dom Casmurro*, Machado de Assis apresentou o drama vivido por Bentinho que não sabia se Ezequiel era ou não seu filho biológico. Sobre esse clássico da literatura brasileira, com base nas sentenças atômicas, formalize as afirmações abaixo.

P: Capitu traiu Bentinho.
Q: Ezequiel é filho de Escobar.
R: Ezequiel é filho de Bentinho.
S: Escobar é um amigo fiel.

(i) Se Capitu traiu Bentinho, então Ezequiel é filho de Escobar.
(ii) Se Capitu não traiu Bentinho, então Ezequiel é filho deste.
(iii) Não importa se Capitu traiu ou não Bentinho; Ezequiel não é filho de Escobar.
(iv) Se Escobar é um amigo fiel, então não é verdade que Capitu traiu Bentinho e Ezequiel não é filho deste.
(v) Se Ezequiel não é filho de Escobar, então Escobar é um amigo Fiel.
(vi) Não é o caso que Capitu traiu Bentinho e Ezequiel não é filho de Escobar.
(vii) Escobar não é um amigo fiel, mas Ezequiel é filho de Bentinho.
(viii) Ezequiel é filho de Escobar se, e somente se, Capitu traiu bentinho.

[4] Assumindo as seguintes sentenças

P: João vai à praia
Q: João vai ao Cinema
R: Chove
S: João fica feliz
Formalize as sentenças abaixo:

a) Se chove, João não vai à praia.
b) Quer chova ou não, João vai à praia.
c) Não é o caso que se chove, João vai ao cinema e não à praia.
d) João vai à praia ou ao cinema, mas não aos dois locais.
e) Se não chover e João vai à praia, então ele fica feliz.
f) Não importa se chove ou não, João fica feliz.

DEMONSTRAÇÃO:

[1] Realize as seguintes demonstrações:

(a) $P \to Q; \neg Q \vdash R \to S \vee \neg P$
(b) $P \wedge \neg Q; \neg R \to Q \vdash ((P \to (Q \vee S)) \to S) \wedge R$
(c) $P \wedge \neg P \vdash (S \to \neg R) \vee T$
(d) $P \leftrightarrow \neg Q; Q \vdash R \vee (\neg P \wedge \neg\neg Q)$
(e) $P \vee \neg Q; \neg\neg Q \vdash ((R \vee \neg Q) \to R \vee S) \wedge (P \wedge Q)$
(f) $P \vee Q; \neg P \vdash S \to (T \vee (R \to Q))$
(g) $P \wedge Q \vdash (Q \to R) \to P \wedge R$

[2] Desde Aristóteles, nos fundamentos da lógica clássica se encontra o chamado *princípio da não contradição* que em Lógica Proposicional pode ser enunciado do seguinte modo: $\boldsymbol{\neg(P \wedge \neg P)}$. Sabemos também que toda verdade lógica pode ser provada com base em uma demonstração com zero premissas. Apresente essa prova para o caso do princípio de não contradição. Em resumo, prove que:

$$\vdash \neg(P \wedge \neg P)$$

***