

Introdução à Lógica

André Nascimento Pontes

Universidade Federal do Amazonas – UFAM
philospontes@gmail.com

© Notas de aula. Todos os direitos reservados ao autor. Não reproduza sem autorização.

Atenção! O presente texto consiste em notas de aula ainda em construção. Portanto, ele pode conter algumas imprecisões gráficas e de conteúdo.

Costumeiramente, a lógica enquanto disciplina é descrita como o estudo das *leis de preservação de verdade*, ou ainda, o *estudo dos argumentos válidos*. Em seu famoso artigo *Der Gedanke [O Pensamento]*, Frege apresentou a lógica em contraposição a outras formas de conhecimento nos seguintes termos:

Assim como a palavra “belo” assinala o objeto da estética e “bem” assinala o objeto ética, assim também a palavra “verdadeiro” assinala o objeto da lógica. De fato, todas as ciências têm a verdade como meta, mas a lógica ocupa-se dela de forma bem diferente. [...] Descobrir verdades é a tarefa de todas as ciências: cabe à lógica, porém, discernir as leis do ser verdadeiro. (Frege, 1918-19: p. 9)

Mas em que precisamente consistem as leis de preservação de verdade? O que torna válido um argumento? Nas próximas páginas tentarei apresentar um a um cada um dos conceitos básicos de modo a construir um quadro geral a partir do qual possamos, ao final, responder a essas duas perguntas. Começemos pela noção de *argumento*!

Argumentos

Embora a noção de argumento seja corrente no nosso discurso cotidiano, na medida em que apresentamos a lógica como o estudo de *argumentos válidos*, cabe aqui definir tecnicamente essa noção. Um argumento é uma sequência finita de sentenças de uma dada linguagem, por exemplo,

$$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n, \beta$$

onde as n primeiras sentenças são chamadas de *premissas* do argumento e a sentença β a *conclusão*. Outros modos gráficos de representar a estrutura de argumentos podem ser encontrados. Alguns exemplos são

(*)

$$\frac{\begin{array}{c} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{array}}{\beta}$$

(**)

$$\frac{\varphi_1, \dots, \varphi_n}{\beta}$$

Em língua portuguesa é comum o uso de expressões tais como “logo”, “portanto”, “por conseguinte”, “consequentemente”, dentre outras, para marcar a relação existente entre premissas e conclusão de um argumento. Em linguagens formais o símbolo “ \therefore ” cumpre essa mesma função.

Tomemos alguns exemplos!

(A1)

Todo manauara é amazonense.
Todo amazonense é brasileiro.
 Todo manauara é brasileiro.

(A2)

Todo filósofo é sábio.
Platão é filósofo.
 Platão é sábio.

(A3)

Todo congressista ou é um deputado ou um senador.
Eduardo é um congressista, mas não é um deputado.
 Eduardo é um senador.

Nos argumentos (A1)-(A3) acima, as duas primeiras sentenças de cada argumento são as *premissas*, ao passo que a terceira, a *conclusão*. Podemos dizer ainda que as premissas de cada argumento *implicam* a conclusão, ou ainda, que a conclusão é uma *consequência lógica* das premissas. Isso é o caso, pois é impossível imaginar um contexto onde ambas as premissas de cada argumento sejam verdadeiras, mas a conclusão seja falsa. Dizer que a conclusão é uma consequência lógica é dizer que a conclusão se segue das premissas, ou seja, ela é verdadeira sempre que as premissas também o forem. Mas vejamos o próximo argumento.

(A4)

Toda baleia é mamífera.
Willy não é uma baleia.
 Willy não é mamífero.

No argumento (A4) novamente temos duas premissas e uma conclusão. Mas, diferentemente do que ocorre em (A1)-(A3), há aqui um estranhamento, uma vez que, se analisarmos com cuidado, perceberemos que a conclusão não se segue das premissas, ou seja, ela não é consequência lógica das premissas. Por quê?! Porque há contextos possíveis onde as premissas podem ser ambas verdadeiras e a conclusão falsa. Basta que Willy seja, por exemplo, uma orca. Há algo de errado com o argumento (A4)! Diferente de (A1)-(A3) onde a verdade das premissas é preservada na conclusão, (A4) não preserva a verdade. Esse é o princípio básico que diferencia um bom de um mau argumento. É isso que temos em mente quando falamos que a lógica é o estudo das leis de preservação de verdade. E a chave para compreender a razão pela qual os argumentos (A1)-(A3) preservam verdade, enquanto (A4) não, está na ideia de *forma lógica* de um argumento. A conclusão de um argumento é uma consequência lógica das premissas quando a forma lógica do argumento em questão garante a preservação da verdade. Por isso dizemos que a lógica é formal. Ela é um estudo das formas de argumentos de argumento que preservam a verdade, ou ainda, das formas válidas de argumentos.

A forma lógica de um argumento é obtida quando retiramos todo o seu conteúdo e mantemos apenas sua estrutura lógica. Essa estrutura é determinada pelos termos lógicos do argumento, a saber, expressões tais como “todo”, “algum”, “nenhum”, “ou”, “não”, etc. Uma vez que ao estudar formas de argumento, o lógico ignora seu conteúdo, é comum falar da lógica como sendo *topic neutral*, ou seja, neutra quanto ao conteúdo.

Vejam a forma lógica dos argumentos acima:

(F1)

Todo M é A.
Todo A é B.
 Todo M é B.

(F2)

Todo F é S.
p é F.
 p é S.

(F3)

Todo C é (D ou S).
e é C e e não é D.
 e é S.

(F4)

Todo B é M.
w não é B.
 w não é M.

Se formos precisos em nossa terminologia, não poderíamos dizer que (F1)-(F4) são argumentos, mas apenas formas de argumento ou argumentos-esquema. Isso porque dependendo de como interpretarmos – dermos significado – aos termos não lógicos A, B,

C, D, etc., podemos construir diferentes argumentos com a mesma forma lógica, conforme veremos a seguir.

Validade, correção e verdade

Embora haja múltiplas maneiras de se definir as noções básicas da lógica, assumirei aqui determinadas definições tomando-as, pelo menos inicialmente, como não problemáticas. Um *argumento válido* é aquele cuja conclusão é uma consequência lógica das premissas em virtude da mera forma lógica que o argumento possui. Nesse sentido, a *validade* é determinada por razões puramente sintáticas. Por exemplo, dado o argumento:

(A1)

Todo manauara é amazonense.
Todo amazonense é brasileiro.
 Todo manauara é brasileiro.

Como vimos acima, ele possui a seguinte forma lógica:

(F1)

Todo M é A
Todo A é B
 Todo M é B

(A1) é válido, pois sua forma lógica – dada por (F1) – garante que toda vez que os termos não lógicos A, B e M forem interpretados de modo a tornar as premissas verdadeiras, tornarão verdadeira também a conclusão. É precisamente isso que está em jogo quando dizemos que validade é preservação de verdade: a verdade das premissas é preservada na conclusão.

Por outro lado, um *argumento correto* é aquele que, além de válido, também tenha premissas e conclusões verdadeiras. Uma vez que a correção de um argumento depende da verdade de suas premissas e conclusões, dizemos que correção é uma noção semântica. É importante notar que uma vez que um argumento é dito válido ou inválido em virtude de sua pura forma lógica, podemos ter diferentes instâncias de argumentos válidos de mesma forma lógica, sendo algumas delas corretas outras incorretas. Por exemplo, o argumento (A1)* a seguir possui a mesma forma lógica que (A1), mas suas premissas e conclusão são falsas. Portanto, (A1)* é um argumento válido, mas incorreto.

(A1)*

Todo brasileiro é amazonense.
Todo amazonense é manauara.
 Todo brasileiro é manauara.

Dado que a correção de um argumento depende da verdade das sentenças que o compõem e a verdade destas depende do sentido das sentenças em questão, só podemos falar de argumentos corretos ou incorretos quando houver um argumento cujos termos lógicos estão interpretados. Um argumento-esquema só pode ser avaliado quanto a sua validade, nunca quanto a sua correção.

Organizemos essas informações em um quadro esquemático.

| Validade, correção e verdade: argumento-esquema e argumento interpretado. | | |
|---|--|---|
| Argumento-esquema | (A1) | (A1)* |
| Todo A é B <u>Todo B é C</u> Todo A é C | Todo manauara é amazonense. <u>Todo amazonense é brasileiro.</u> Todo manauara é brasileiro. | Todo brasileiro é amazonense. <u>Todo amazonense é manauara.</u> Todo brasileiro é manauara. |
| Válido [Não se aplica] | Válido Correto | Válido Incorreto |
| Validade A forma lógica do argumento preserva verdade. [topic neutral] | Correção O argumento, além de válido, possui premissas e conclusão verdadeiras. | Verdadeiro/Falso Aplicado somente a proposições. Uma proposição é verdadeira quando o que ela afirma corresponde a um fato. |

É comum ouvirmos algumas pessoas se referirem a um argumento como sendo verdadeiro ou falso, mas, a rigor, isso é um erro categorial. Verdade e falsidade são propriedades de sentenças declarativas, nunca de argumentos. Dizemos que uma sentença é verdadeira ou falsa dependendo dos critérios de verdade que assumimos. Já argumentos podem ser apenas válidos ou inválidos, corretos ou incorretos.

Do mesmo jeito que consequência lógica é explanada em termos de preservação de verdade em virtude da forma do argumento, podemos ainda falar de uma *verdade lógica* como aquela sentença que é verdadeira exclusivamente em virtude de sua forma, não de seu conteúdo. Exemplos são,

Todo filósofo é filósofo.
 O professor virá ou não virá.
 Se Platão é grego, então alguém é grego.

É usual afirmar que uma verdade lógica é consequência de um conjunto vazio de premissas – um conjunto com 0 (zero) premissa –, pois podemos inferir uma verdade lógica dispensando qualquer informação prévia, apenas apelando às leis lógicas.

Uso e menção, Linguagem-objeto e metalinguagem

Rotineiramente usamos uma linguagem para fazer afirmações, perguntas, promessas, dar ordens, expressar desejos, etc. No entanto, algumas vezes não estamos usando a linguagem como meio de expressão de dados ou informações extralinguísticas, porque precisamos falar sobre a própria linguagem em questão. Pensem em casos como um linguista que escreve um artigo sobre a sintaxe de uma língua indígena específica ou de um professor de português ao ensinar gramática em sala de aula. Nesses dois casos, as afirmações realizadas pelo linguista e o professor são acerca da própria linguagem. Esse fenômeno caracteriza a distinção entre *uso* e *menção* de expressões linguísticas. Observe as seguintes duas sentenças:

- (1) Tarski é um lógico.
 (2) “Tarski” é um nome próprio.

Em (1), a palavra “Tarski” está sendo usada, pois seu referente é o famoso lógico polonês. A sentença (1) é usada para informar ao interlocutor que Tarski tem uma determinada profissão. Em (2), a palavra “Tarski” está sendo mencionada, pois queremos agora nos referir não ao polonês ilustre, mas à própria palavra. Em (2) atribuímos à palavra “Tarski” uma determinada propriedade semântica. A regra básica diz que quando mencionamos uma expressão linguística – seja ela uma palavra ou sentença – devemos recorrer às aspas.

Obviamente, (1) e (2) são sentenças escritas em português, mas, do ponto de vista da lógica e da filosofia da linguagem, elas pertencem a diferentes níveis de linguagem. A sentença (1) é uma sentença da *linguagem-objeto*, pois é a linguagem que usamos para descrevermos o mundo e nos comunicar com outras pessoas sobre nós mesmos, elas e nosso em torno. Já a sentença (2) pertence à meta-linguagem, pois ela é a linguagem que usamos para falar da linguagem-objeto.

As mesmas distinções também são válidas para linguagens formais e será de grande importância no estudo da lógica. Dadas as seguintes sentenças:

- (3) $P \vee \neg P$
 (4) “ $P \vee \neg P$ ” é uma verdade lógica.

(3) pertence à linguagem-objeto – i. e., lógica proposicional – e, nela, a sentença “ $P \vee \neg P$ ” está sendo usada. Por outro lado, (4) pertence à meta-linguagem, pois ela consiste em uma atribuição de uma propriedade a uma sentença da linguagem-objeto, a saber, “ $P \vee \neg P$ ”. Importa dizer que, em (4), “ $P \vee \neg P$ ” está sendo mencionada.

Metalógica

Dada uma linguagem formal \mathcal{L} qualquer, podemos usar tal linguagem para formalizar sentenças da linguagem natural, construir argumentos, etc. Além disso, os lógicos podem fazer – e rotineiramente o fazem – diferentes perguntas a respeito da própria linguagem \mathcal{L} . Eles estão interessados nas propriedades metalinguísticas de \mathcal{L} , suas capacidades e seus limites. Nesse sentido, os lógicos levantam questões tais como: Quais sentenças podem ser provadas em \mathcal{L} ? Tudo que provamos em \mathcal{L} é de fato verdadeiro? É possível construir o programa de computador que determine quais sentenças são prováveis e quais não são prováveis em \mathcal{L} ? Todas essas perguntas só admitem respostas satisfatórias em uma meta-

linguagem e o estudo empreendido para respondê-las é o que chamamos de *metalógica*. Muito do que se faz de avançado nas pesquisas publicadas pelos lógicos mundo à fora é, em verdade, metalógica.

Correção e Completude

Com base no exposto acima, o leitor já pode imaginar que parte considerável do trabalho do lógico é estudar noções como as de *verdade* e *consequência lógica*. Essas duas noções se encontram intimamente ligadas em importantes propriedades desejáveis em todo sistema lógico: correção e completude. Em geral, os resultados obtidos com vista a provar a correção e completude de sistemas formais correlacionam duas importantes noções de consequência lógica, a saber, a consequência sintática [dedutiva] e a consequência semântica.

Há dois modos de provar a completude de um sistema formal:

- (1) **Completude semântica:** Provando que todos os teoremas verdadeiros no sistema podem ser deduzidos dos axiomas do sistema por intermédio das regras de inferência.
- (2) **Completude sintática:** Provando que o acréscimo de um novo axioma ao conjunto de axiomas já estabelecido produz uma contradição.

Provas formais e “provas” em ciências naturais

A lógica, assim como a matemática, é avessa a hierarquias. É sempre possível que um iniciante virtuoso possa identificar um problema nos trabalhos de um grande mestre. Em grande parte, isso ocorre em virtude da natureza singular de uma prova formal, a saber, seu caráter *objetivo, a priori* e *perene*. Além disso, em se tratando de demonstrações lógicas não há muito espaço para argumento de autoridade. Do pesquisador mais inexperiente aos grandes gênios da área, todos nós estamos sujeitos aos mesmos critérios objetivos – e aceitos de maneira consensual – de verificação de provas. Além disso, um resultado provado em lógica é definitivo. Uma vez que foi demonstrado satisfatoriamente, por exemplo, o teorema da completude para a lógica proposicional, esse teorema está estabelecido definitivamente. Não há possibilidade de um posterior resultado ou observação derrubar o teorema em questão. Isso contrasta fortemente com a metodologia de pesquisa a partir da qual os cientistas naturais derivam o que eles julgam ser as leis da natureza. A credibilidade do que julgamos ser uma lei natural está sempre ameaçada por uma próxima observação que se mostre incompatível com o que sabemos até então sobre aquele tipo de fenômeno.

Referências

Carnielli, Walter & Epstein, Richard (2010) *Pensamento crítico*. 2ª edição. São Paulo: Editora Ridel.

Frege, Gottlob (1918-19) “O Pensamento”. in *Investigações Lógicas e Outros Ensaios*.
Cadernos de Traduções, n. 7, DF/USP, 2001.

Sider, Theodore. (2010) *Logic for philosophy*. Oxford: Oxford University Press.