

# LÓGICA I



**UFAM**

**André Pontes**

**1.**

# **Conceitos fundamentais**

# O que é a Lógica?

## A LÓGICA ENQUANTO DISCIPLINA

- Estudo das leis de preservação da verdade. [Frege; *O Pensamento*]
- Estudo das formas válidas de argumentos.

Todo **A** é **B**

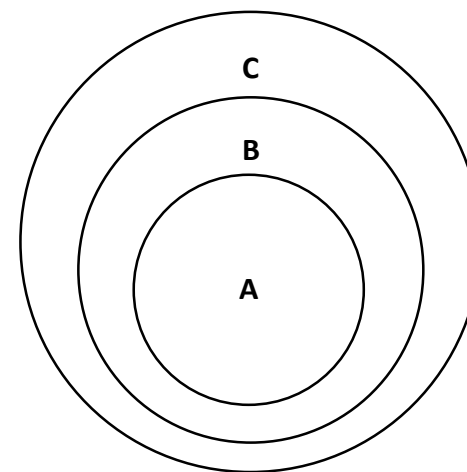
Todo **B** é **C**

Todo **A** é **C**

$A \subset B$

$B \subset C$

$A \subset C$



**Note!**

A lógica enquanto sistema ou linguagem formal não é unívoca. Há diversas lógicas!

# A lógica enquanto sistema ou linguagem formal

- A lógica tomada como um sistema formal de inferência não é unívoca. Existem diferentes sistemas lógicos:

<b>Lógica</b>	<b>Disciplina de Interesse</b>
Lógica Proposicional	Geral
Lógica de Predicados	Geral
Lógica Modal	Metafísica
Lógica Epistêmica	Teoria do Conhecimento
Lógica Deontica	Ética
Lógica Paraconsistente	Geral
Lógica Quântica	Física Quântica

# O que é uma linguagem?

É um sistema simbólico composto de:

## **SINTAXE**

- Alfabeto.
- Regras de formação de fórmulas.
- Regras de inferência (...de derivação de fórmulas).

## **SEMÂNTICA**

- Função Interpretativa; modelos; etc.

## **PRAGMÁTICA**

# Definindo “argumento”

Um argumento é uma sequência finita de sentenças de uma dada linguagem,

$$\phi_1, \dots, \phi_n, \psi$$

onde as  $n$  primeiras sentenças são ditas as **premissas** do argumento e a sentença  $\psi$ , a **conclusão**.

- Outras formas de expressar um argumento:

$$\phi_1, \dots, \phi_n, \text{portanto } \psi$$

$$\begin{array}{c} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \\ \hline \psi \end{array}$$

# Dedução e Indução

**Argumentos Dedutivos:** a conclusão é uma consequência lógica das premissas. Não é possível que as premissas sejam verdadeiras e a conclusão falsa.

Todo homem é mortal

Sócrates é homem

Sócrates é mortal

**Argumentos indutivos:** a conclusão não é obtida como uma consequência lógica das premissas, mas por generalização. É possível que todas as premissas sejam verdadeiras e a conclusão falsa.

- Em sua crítica, Hume afirmava que, em argumentos indutivos, a conclusão está fundada no hábito, sendo, portanto, uma consequência de natureza psicológica. [*Investigação acerca do entendimento humano*]

João é mortal; Pedro é mortal; Maria é mortal; ... ; Logo, todo ser humano é mortal.

João é amazonense; Pedro é amazonense; Maria é amazonense; ... ; Logo, todo ser humano é amazonense.

# Validade, Correção e Verdade

Argumento-esquema	Argumento 1	Argumento 2
<p>Todo A é B</p> <p>Todo B é C</p> <p>Todo A é C</p>	<p>Todo manauara é amazonense</p> <p><u>Todo amazonense é brasileiro</u></p> <p>Todo manauara é brasileiro</p>	<p>Todo brasileiro é amazonense</p> <p><u>Todo amazonense é manauara</u></p> <p>Todo brasileiro é manauara</p>
<p>Válido</p> <p>X</p>	<p>Válido</p> <p>Correto</p>	<p>Válido</p> <p>Incorreto</p>
Validade	Correção	Verdadeiro/Falso
<p>A forma lógica do argumento preserva verdade.</p> <p><b>[topic-neutral]</b></p>	<p>O argumento, além de válido, possui premissas e conclusões verdadeiras.</p>	<p>Aplicado a sentenças. Uma sentença é verdadeira quando ela corresponde a um fato.</p>



# Aspectos da lógica enquanto disciplina

- A lógica é uma ciência formal: ela se ocupa da análise das formas válidas de argumento [topic-neutral]; não de conteúdo.
- A lógica é normativa! Ela não é uma descrição de como os seres humanos de fato raciocinam, mas como eles deveriam raciocinar.

# Consequência dedutiva ( $\vdash$ )

Uma sentença  $\alpha$  é consequência dedutiva de um conjunto  $\Gamma$  de sentenças se, e somente se, há uma derivação formal de  $\alpha$  a partir de  $\Gamma$ . Em termos formais temos:

$$\Gamma \vdash \alpha$$

**Alguns teoremas:**

$$\alpha \vdash \alpha$$
$$(\Gamma \vdash \alpha) \rightarrow (\Gamma; \beta \vdash \alpha) \textit{ monotonicidade}$$

**Note!** Cons. Dedutiva é um conceito sintático.

Principais conceitos associados: prova;

# Consequência semântica ( $\models$ )

Uma sentença  $\alpha$  é consequência semântica de um conjunto  $\Gamma$  de sentenças se, e somente se, todo modelo que satisfaz  $\Gamma$  – que torna todas as sentenças de  $\Gamma$  simultaneamente verdadeiras – também satisfaz, ou seja, torna verdadeira,  $\alpha$ . Em termos formais temos:

$$\Gamma \models \alpha$$

**Alguns teoremas:**

**Note!** Cons. Semântica, como o próprio nome já deixa claro, é um conceito semântico.

Principais conceitos associados: modelo; interpretação;

# Correlacionando $\vdash$ e $\models$

- **Correção [Corretude]:** dizemos que um sistema formal  $S$  é correto caso

$$\Gamma \vdash_S \alpha, \text{ então } \Gamma \models_S \alpha$$

Um sistema formal  $S$  é dito correto, caso toda sentença que possa ser provada em  $S$  possua também um modelo que a satisfaça, ou seja, que torne-a verdadeira.

- **Completude:** dizemos que um sistema formal  $S$  é completo

$$\Gamma \models_S \alpha, \text{ então } \Gamma \vdash_S \alpha$$

Um sistema formal  $S$  é dito completo, caso toda sentença que possua um modelo em  $S$  que a satisfaça – ou seja, que torne-a verdadeira – possa também ser provada em  $S$ .

# Ramos da Lógica

- Teoria dos Conjuntos.
  - Teoria da Prova.
  - Teoria dos Modelos.
- Teoria da Computabilidade.

# Diferenciando *prova* de *experimento*

- ***Quanto à descrição:*** uma descrição de uma prova, caso executada com riqueza suficiente de detalhes, já é uma prova. Uma descrição de um experimento, por mais detalhada que ela seja, jamais é um experimento.
- ***Quanto à repetição:*** uma repetição de uma prova deve derivar sempre no mesmo resultado, ao passo que na repetição de um experimento não há garantia de que o resultado final seja o mesmo.
- ***Quanto ao erro:*** se há um erro em uma prova, a rigor, ela não é uma prova. Por outro lado, um erro em um experimento não o descredencia enquanto experimento.

# Condições necessárias e Condições suficientes

- Satisfazer uma propriedade F é uma **condição necessária** para uma entidade **a** ter uma propriedade G, caso seja impossível **a** ser um G sem que **a** seja um F.

ex.: Ser filiado a um partido político é uma condição necessária para que alguém seja presidente do Brasil.

- Satisfazer uma propriedade F é uma **condição suficiente** para uma entidade **a** ter uma propriedade G, caso seja impossível **a** ser um F sem que **a** seja um G.

ex.: ser uma baleia é uma condição suficiente para que um animal seja um mamífero.

- Satisfazer uma propriedade F é uma **condição necessária e suficiente** para uma entidade **a** ter uma propriedade G, caso seja impossível **a** ser um G sem que **a** seja um F, e também impossível que **a** seja um F sem que seja igualmente um G.

ex.: ter a soma dos ângulos internos igual a  $180^\circ$  é uma condição necessária e suficiente para que algo seja um triângulo.

## Aplicações em Filosofia:

A essência de uma entidade **a** é uma condição necessária e suficiente de existência de **a**.

# Condições necessárias e Condições suficientes

O desconhecimento da distinção entre condições necessárias e suficientes é fonte de algumas falácias.

## Falácia da negação do antecedente

Se A, então B

não A

não B

ex.:

Se reduzirmos a maioria penal, poderemos punir adolescentes que cometeram atos infracionais

Não reduzimos a maioria penal

Não podemos punir adolescente que cometeram atos infracionais



# Por que a lógica interessa à filosofia?

- Análise da validade e correção de argumentos; identificação de contradições; derivação das consequências de teses; dentre outros.

A lógica está para a filosofia assim como a matemática está para a física!

- Resolução de ambiguidades.

“Todo teísta acredita em um Deus”

$$(i) \forall x(Tx \rightarrow \exists y(Dy \wedge Axy))$$

$$(ii) \exists y \forall x(Tx \rightarrow Dy \wedge Axy)$$

# Por que a lógica interessa à filosofia?

- **A análise e solução de paradoxos**

Um paradoxo é um argumento válido cujas premissas são aceitas como verdadeiras, mas a conclusão é claramente falsa.

Ao encontrarmos um paradoxo somos forçados a repensar e aprimorar os conceitos básicos de nossas teorias. Isso quase sempre representa avanço científico e filosófico.

Ex.: Os Paradoxos do movimento de Zenão: Aquiles e a tartaruga; o paradoxo da flecha.

Solução! Cálculo Infinitesimal (Leibniz) e a noção de limite: soma de infinitas de divisões tende a um limite.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{2^n} \dots = 1$$

A soma de infinitas partes finitas é um todo finito!



2.

# Silogismos Aristotélicos

# As sentenças básicas dos Silogismos

Os silogismo aristotélicos são construídos a partir de combinações de quatro sentenças básicas:

Universais afirmativas (**A**):                      Todo A é B

Particulares afirmativas (**I**):                      Algum A é B

Universais negativas (**E**):                      Nenhum A é B

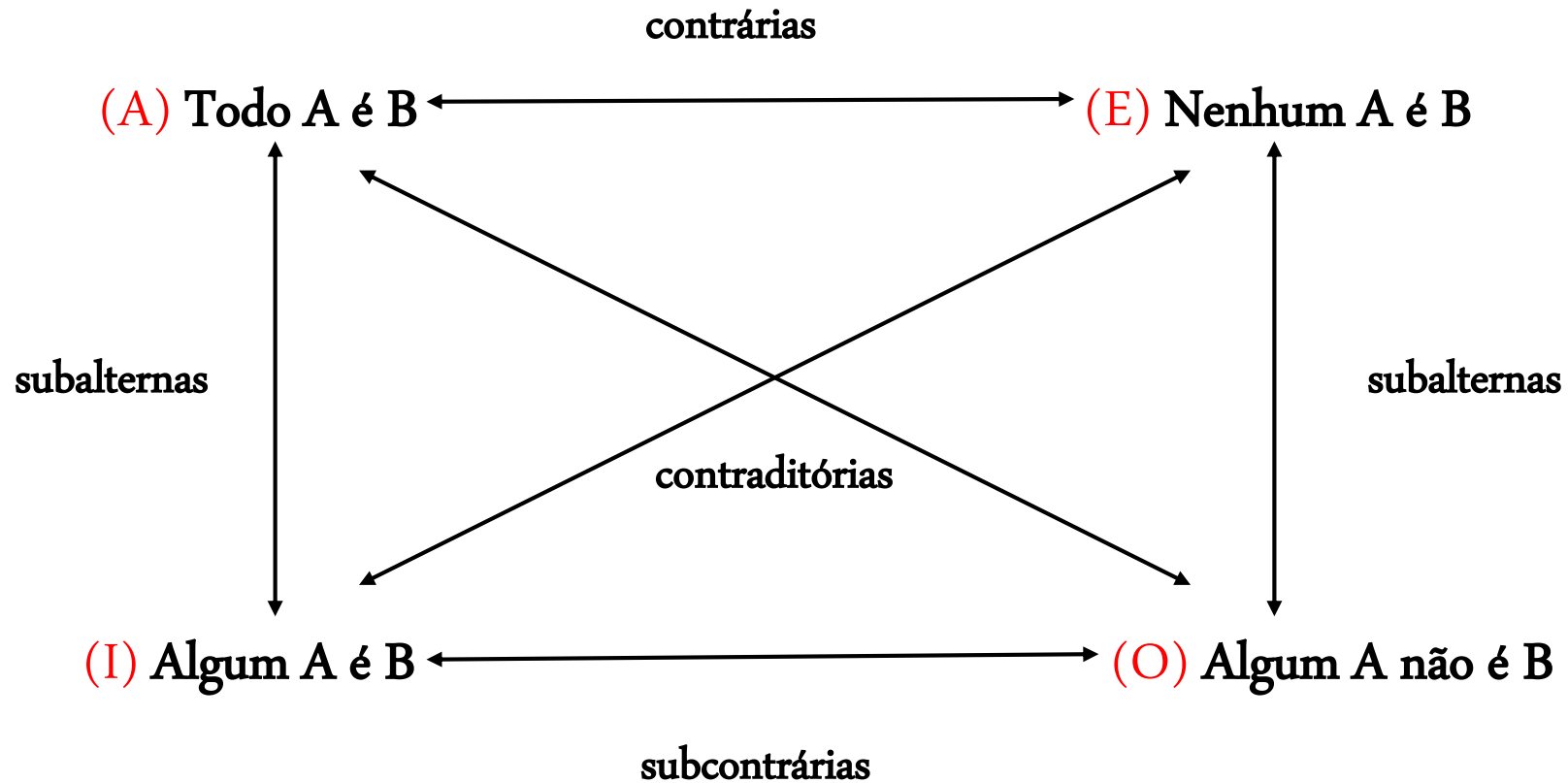
Particulares negativas (**O**):                      Algum A não é B

A escolha das letras deve-se as palavras latinas:

**AFIRMO** (Universais e particular afirmativas)

**NEGO** (Universais e particular negativas)

# Quadrado Lógico Aristotélico





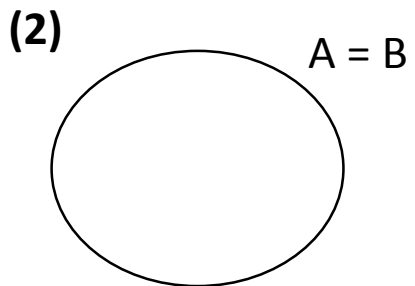
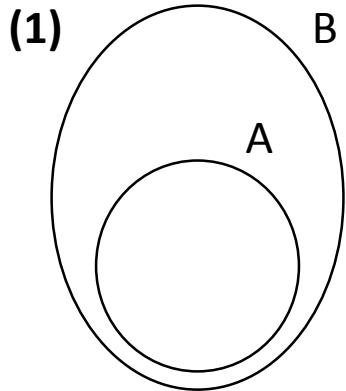
## 2.1 Diagramas de Euler-Venn e os Silogismos

# Usando diagramas de Euler em Silogismos

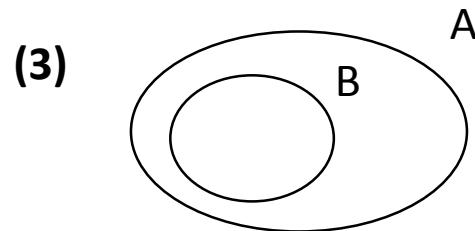
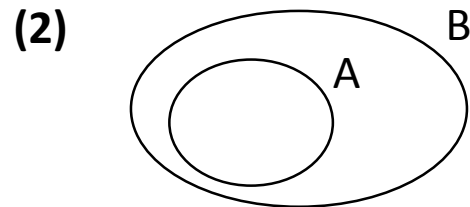
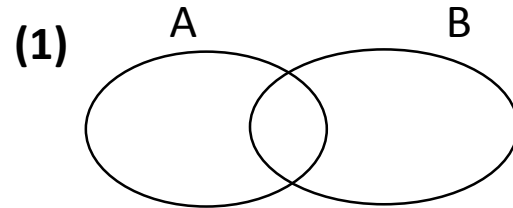
As quatro sentenças básicas dos silogismos podem ser modeladas por intermédio de diagramas de Euler:

\*assumindo A, B e C como conjuntos não vazios.

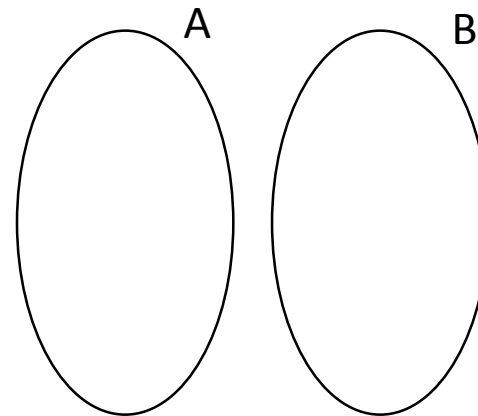
**Todo A é B**



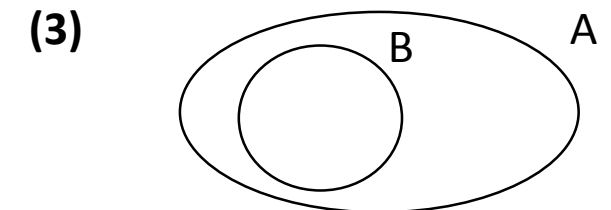
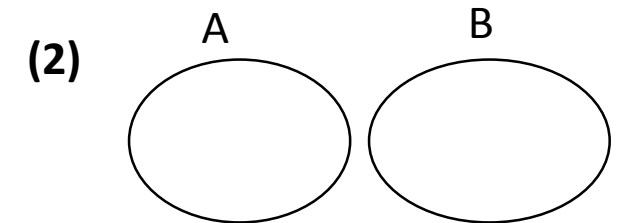
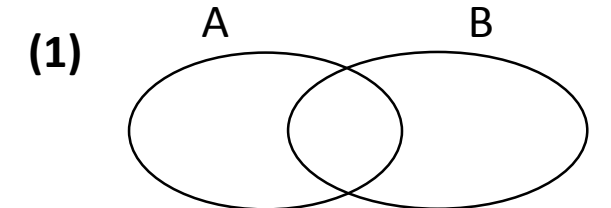
**Algum A é B**



**Nenhum A é B**

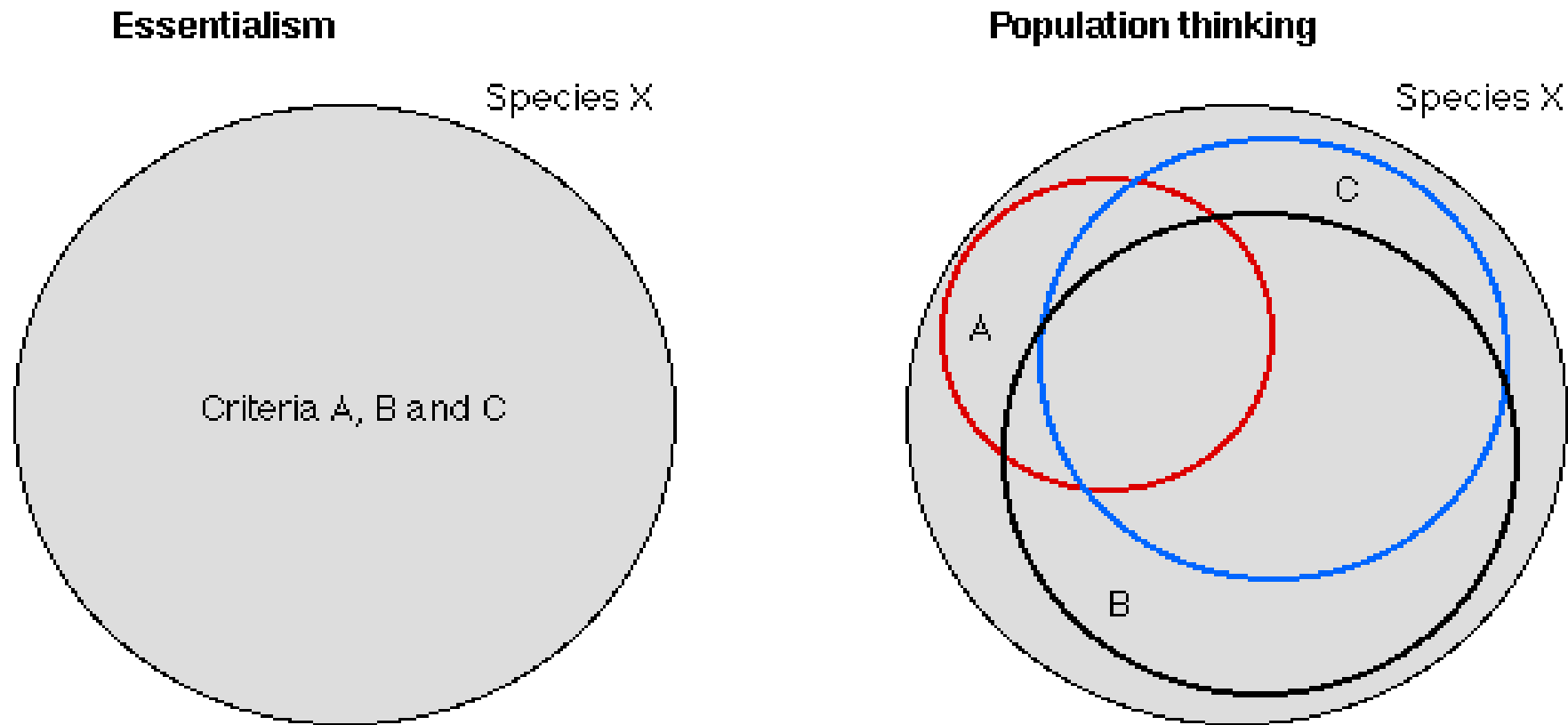


**Algum A não é B**



# Diagramas de Euler e a Filosofia

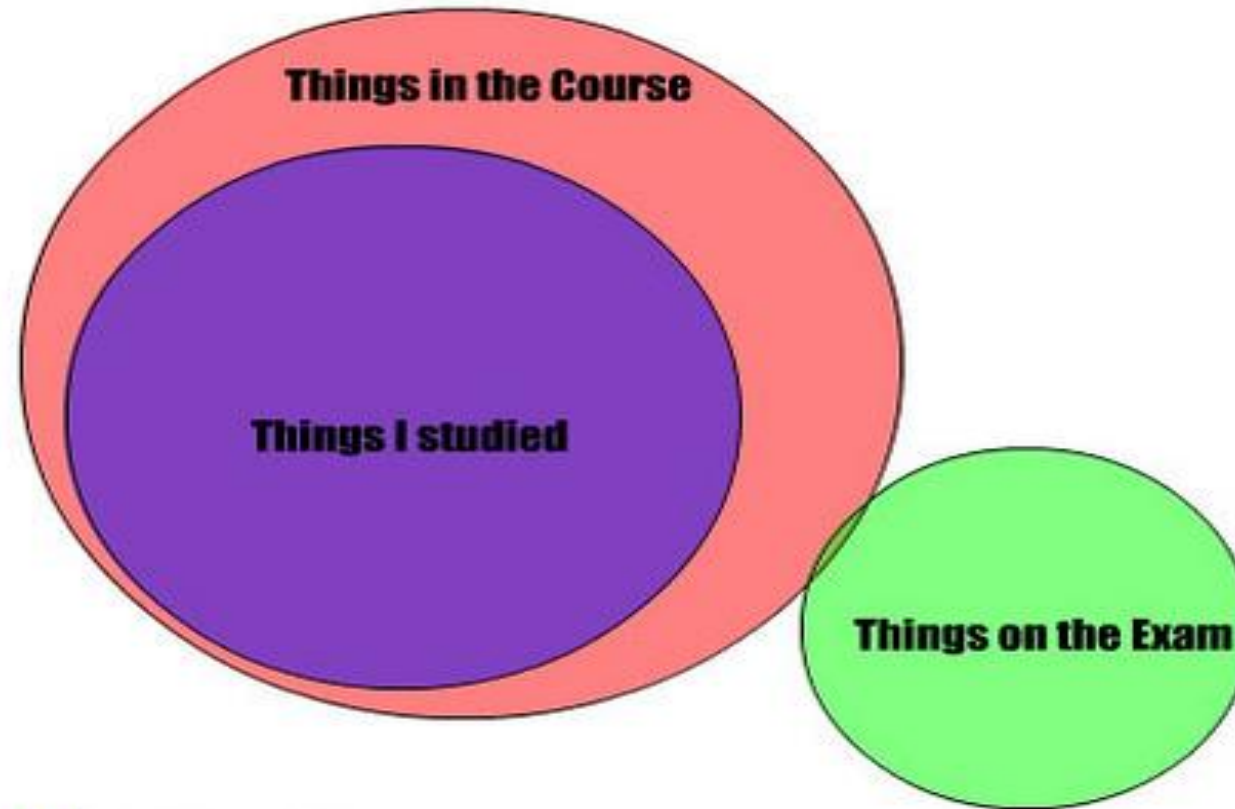
- No livro *What makes biology unique?*, o biólogo evolucionista Ernst Mayr critica a concepção aristotélica de espécie baseada na noção de propriedades essenciais. Mayr afirma que esta noção é incompatível com a concepção evolutiva de espécie. Essa incompatibilidade pode ser expressa a partir dos diagramas abaixo.





# Diagramas de Euler explicam o que os alunos acham que acontecem nas provas

## Final Exams



Mas a verdade sobre as provas é que...



**IF YOU DON'T STUDY**

*You shall not pass!*