

LÓGICA I



UFAM

André Pontes

1.

Conceitos fundamentais

O que é a Lógica?

A LÓGICA ENQUANTO DISCIPLINA

- Estudo das leis de preservação da verdade. [Frege; *O Pensamento*]
- Estudo das formas válidas de argumentos.

Todo **A** é **B**

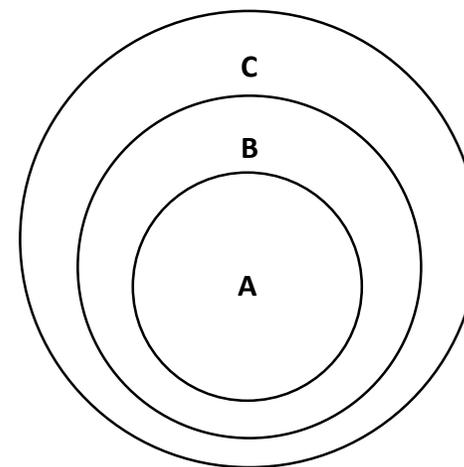
Todo **B** é **C**

Todo **A** é **C**

$A \subset B$

$B \subset C$

$A \subset C$



Note!

A lógica enquanto sistema ou linguagem formal não é unívoca. Há diversas lógicas!

A lógica enquanto sistema ou linguagem formal

- A lógica tomada como um sistema formal de inferência não é unívoca. Existem diferentes sistemas lógicos:

Lógica	Disciplina de Interesse
Lógica Proposicional	Geral
Lógica de Predicados	Geral
Lógica Modal	Metafísica
Lógica Epistêmica	Teoria do Conhecimento
Lógica Deontica	Ética
Lógica Paraconsistente	Geral
Lógica Quântica	Física Quântica

O que é uma linguagem?

É um sistema simbólico composto de:

SINTAXE

- Alfabeto.
- Regras de formação de fórmulas.
- Regras de inferência (...de derivação de fórmulas).

SEMÂNTICA

- Função Interpretativa; modelos; etc.

PRAGMÁTICA

Definindo “argumento”

Um argumento é uma sequência finita de sentenças de uma dada linguagem,

$$\phi_1, \dots, \phi_n, \psi$$

onde as n primeiras sentenças são ditas as **premissas** do argumento e a sentença ψ , a **conclusão**.

- Outras formas de expressar um argumento:

$$\phi_1, \dots, \phi_n, \text{portanto } \psi$$

$$\begin{array}{c} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \\ \hline \psi \end{array}$$

Dedução e Indução

Argumentos Dedutivos: a conclusão é uma consequência lógica das premissas. Não é possível que as premissas sejam verdadeiras e a conclusão falsa.

Todo homem é mortal

Sócrates é homem

Sócrates é mortal

Argumentos indutivos: a conclusão não é obtida como uma consequência lógica das premissas, mas por generalização. É possível que todas as premissas sejam verdadeiras e a conclusão falsa.

- Em sua crítica, Hume afirmava que, em argumentos indutivos, a conclusão está fundada no hábito, sendo, portanto, uma consequência de natureza psicológica. [*Investigação acerca do entendimento humano*]

João é mortal; Pedro é mortal; Maria é mortal; ... ; Logo, todo ser humano é mortal.

João é amazonense; Pedro é amazonense; Maria é amazonense; ... ; Logo, todo ser humano é amazonense.

Validade, Correção e Verdade

Argumento-esquema	Argumento 1	Argumento 2
<p>Todo A é B</p> <p>Todo B é C</p> <p>Todo A é C</p>	<p>Todo manauara é amazonense</p> <p><u>Todo amazonense é brasileiro</u></p> <p>Todo manauara é brasileiro</p>	<p>Todo brasileiro é amazonense</p> <p><u>Todo amazonense é manauara</u></p> <p>Todo brasileiro é manauara</p>
<p>Válido</p> <p>X</p>	<p>Válido</p> <p>Correto</p>	<p>Válido</p> <p>Incorreto</p>
<p>Validade</p> <p>A forma lógica do argumento preserva verdade.</p> <p>[topic-neutral]</p>	<p>Correção</p> <p>O argumento, além de válido, possui premissas e conclusões verdadeiras.</p>	<p>Verdadeiro/Falso</p> <p>Aplicado a sentenças. Uma sentença é verdadeira quando ela corresponde a um fato.</p>

Aspectos da lógica enquanto disciplina

- A lógica é uma ciência formal: ela se ocupa da análise das formas válidas de argumento [topic-neutral]; não de conteúdo.
- A lógica é normativa! Ela não é uma descrição de como os seres humanos de fato raciocinam, mas como eles deveriam raciocinar.

Consequência dedutiva (\vdash)

Uma sentença α é consequência dedutiva de um conjunto Γ de sentenças se, e somente se, há uma derivação formal de α a partir de Γ . Em termos formais temos:

$$\Gamma \vdash \alpha$$

Alguns teoremas:

$$\alpha \vdash \alpha$$
$$(\Gamma \vdash \alpha) \rightarrow (\Gamma; \beta \vdash \alpha) \textit{ monotonicidade}$$

Note! Cons. Dedutiva é um conceito sintático.

Principais conceitos associados: prova;

Consequência semântica (\models)

Uma sentença α é consequência semântica de um conjunto Γ de sentenças se, e somente se, todo modelo que satisfaz Γ – que torna todas as sentenças de Γ simultaneamente verdadeiras – também satisfaz, ou seja, torna verdadeira, α . Em termos formais temos:

$$\Gamma \models \alpha$$

Alguns teoremas:

Note! Cons. Semântica, como o próprio nome já deixa claro, é um conceito semântico.

Principais conceitos associados: modelo; interpretação;

Correlacionando \vdash e \models

- **Correção [Corretude]:** dizemos que um sistema formal S é correto caso

$$\Gamma \vdash_S \alpha, \text{ então } \Gamma \models_S \alpha$$

Um sistema formal S é dito correto, caso toda sentença que possa ser provada em S possua também um modelo que a satisfaça, ou seja, que torne-a verdadeira.

- **Completude:** dizemos que um sistema formal S é completo

$$\Gamma \models_S \alpha, \text{ então } \Gamma \vdash_S \alpha$$

Um sistema formal S é dito completo, caso toda sentença que possua um modelo em S que a satisfaça – ou seja, que torne-a verdadeira – possa também ser provada em S .

Ramos da Lógica

- Teoria dos Conjuntos.
 - Teoria da Prova.
 - Teoria dos Modelos.
- Teoria da Computabilidade.

Diferenciando *prova* de *experimento*

- ***Quanto à descrição:*** uma descrição de uma prova, caso executada com riqueza suficiente de detalhes, já é uma prova. Uma descrição de um experimento, por mais detalhada que ela seja, jamais é um experimento.
- ***Quanto à repetição:*** uma repetição de uma prova deve derivar sempre no mesmo resultado, ao passo que na repetição de um experimento não há garantia de que o resultado final seja o mesmo.
- ***Quanto ao erro:*** se há um erro em uma prova, a rigor, ela não é uma prova. Por outro lado, um erro em um experimento não o descredencia enquanto experimento.

Condições necessárias e Condições suficientes

- Satisfazer uma propriedade F é uma **condição necessária** para uma entidade **a** ter uma propriedade G, caso seja impossível **a** ser um G sem que **a** seja um F.

ex.: Ser filiado a um partido político é uma condição necessária para que alguém seja presidente do Brasil.

- Satisfazer uma propriedade F é uma **condição suficiente** para uma entidade **a** ter uma propriedade G, caso seja impossível **a** ser um F sem que **a** seja um G.

ex.: ser uma baleia é uma condição suficiente para que um animal seja um mamífero.

- Satisfazer uma propriedade F é uma **condição necessária e suficiente** para uma entidade **a** ter uma propriedade G, caso seja impossível **a** ser um G sem que **a** seja um F, e também impossível que **a** seja um F sem que seja igualmente um G.

ex.: ter a soma dos ângulos internos igual a 180° é uma condição necessária e suficiente para que algo seja um triângulo.

Aplicações em Filosofia:

A essência de uma entidade **a** é uma condição necessária e suficiente de existência de **a**.

Condições necessárias e Condições suficientes

O desconhecimento da distinção entre condições necessárias e suficientes é fonte de algumas falácias.

Falácia da negação do antecedente

Se A, então B

não A

não B

ex.:

Se reduzirmos a maioria penal, poderemos punir adolescentes que cometeram atos infracionais

Não reduzimos a maioria penal

Não podemos punir adolescente que cometeram atos infracionais

Por que a lógica interessa à filosofia?

- Análise da validade e correção de argumentos; identificação de contradições; derivação das consequências de teses; dentre outros.

A lógica está para a filosofia assim como a matemática está para a física!

- Resolução de ambiguidades.

“Todo teísta acredita em um Deus”

$$(i) \forall x(Tx \rightarrow \exists y(Dy \wedge Axy))$$

$$(ii) \exists y \forall x(Tx \rightarrow Dy \wedge Axy)$$

Por que a lógica interessa à filosofia?

- **A análise e solução de paradoxos**

Um paradoxo é um argumento válido cujas premissas são aceitas como verdadeiras, mas a conclusão é claramente falsa.

Ao encontrarmos um paradoxo somos forçados a repensar e aprimorar os conceitos básicos de nossas teorias. Isso quase sempre representa avanço científico e filosófico.

Ex.: Os Paradoxos do movimento de Zenão: Aquiles e a tartaruga; o paradoxo da flecha.

Solução! Cálculo Infinitesimal (Leibniz) e a noção de limite: soma de infinitas de divisões tende a um limite.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{2^n} \dots = 1$$

A soma de infinitas partes finitas é um todo finito!



2.

Silogismos Aristotélicos

As sentenças básicas dos Silogismos

Os silogismo aristotélicos são construídos a partir de combinações de quatro sentenças básicas:

Universais afirmativas (**A**): Todo A é B

Particulares afirmativas (**I**): Algum A é B

Universais negativas (**E**): Nenhum A é B

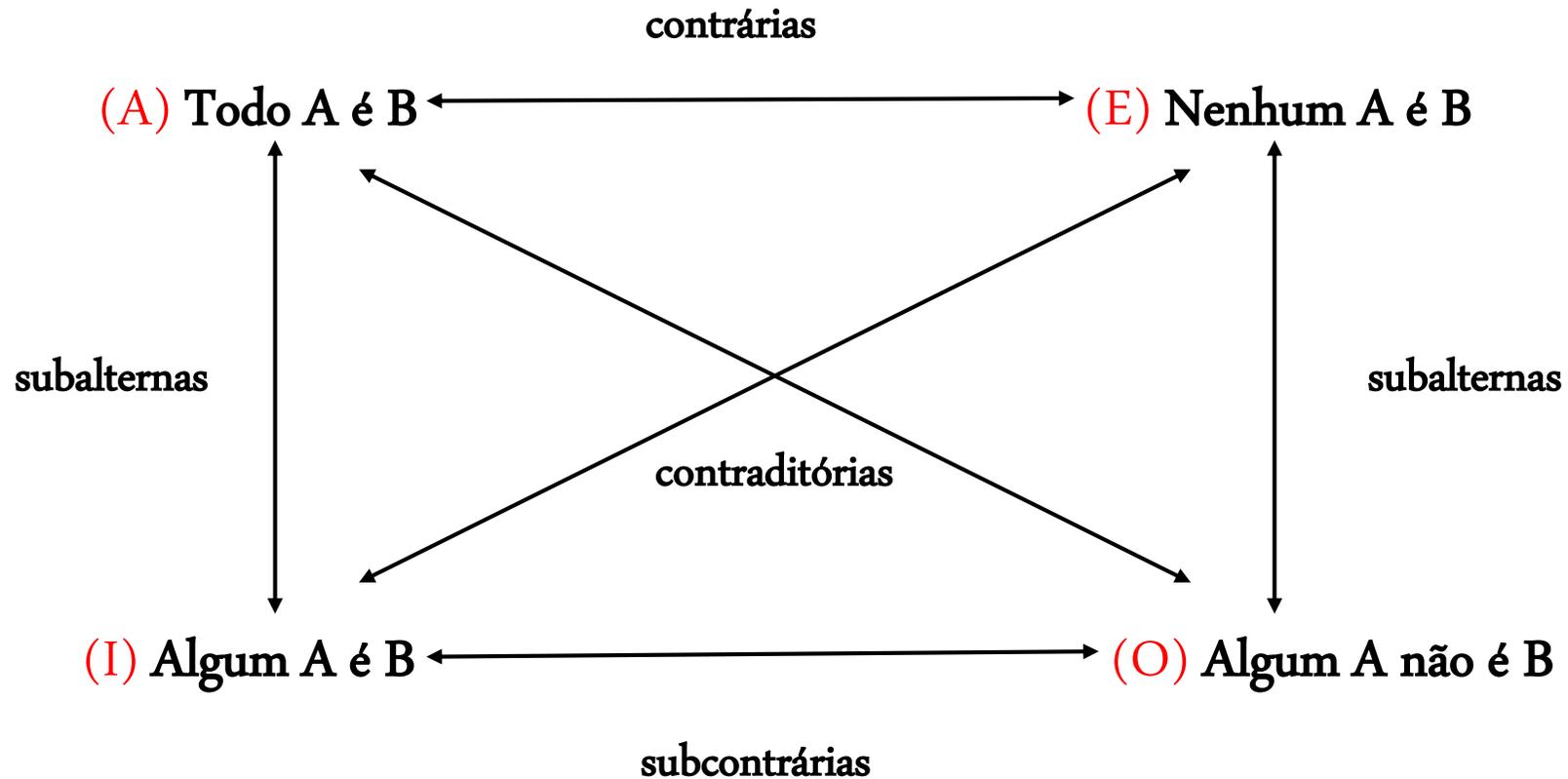
Particulares negativas (**O**): Algum A não é B

A escolha das letras deve-se as palavras latinas:

AFIRMO (Universais e particular afirmativas)

NEGO (Universais e particular negativas)

Quadrado Lógico Aristotélico





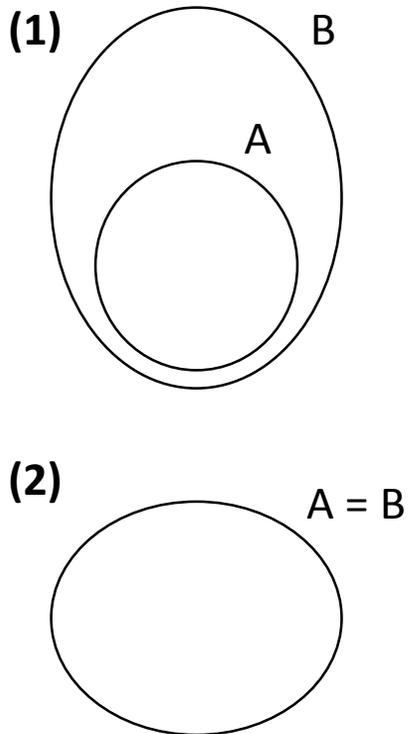
2.1 Diagramas de Euler-Venn e os Silogismos

Usando diagramas de Euler em Silogismos

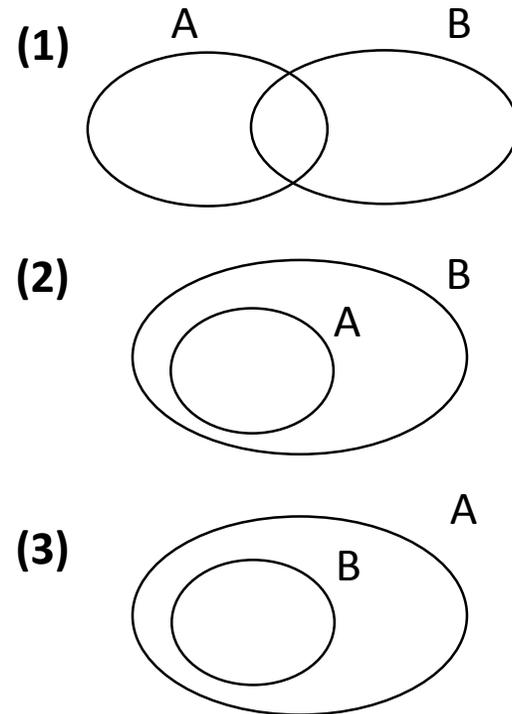
As quatro sentenças básicas dos silogismos podem ser modeladas por intermédio de diagramas de Euler:

*assumindo A, B e C como conjuntos não vazios.

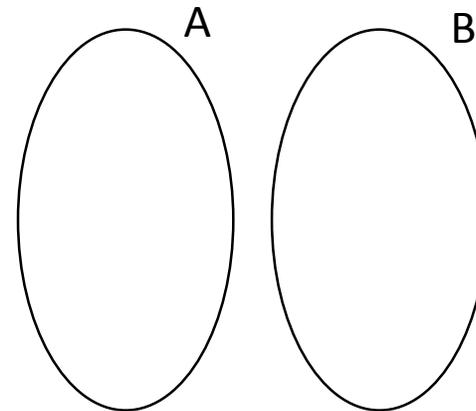
Todo A é B



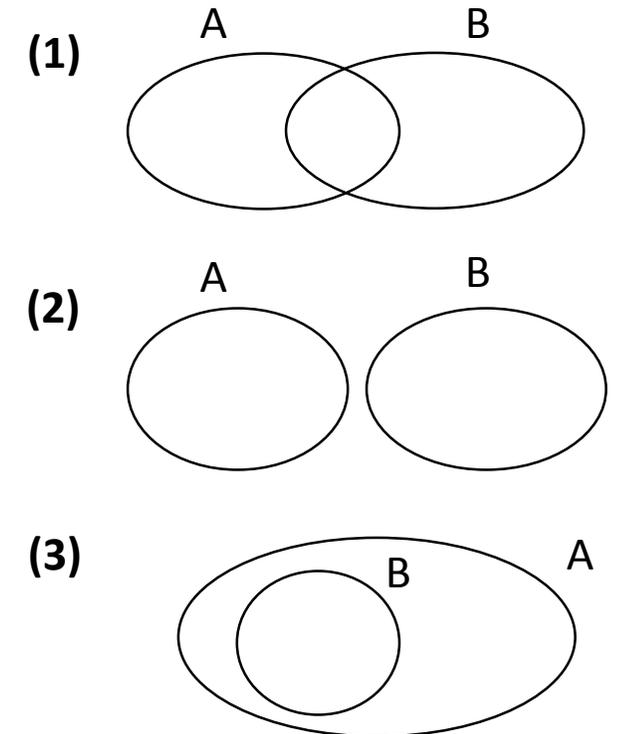
Algum A é B



Nenhum A é B

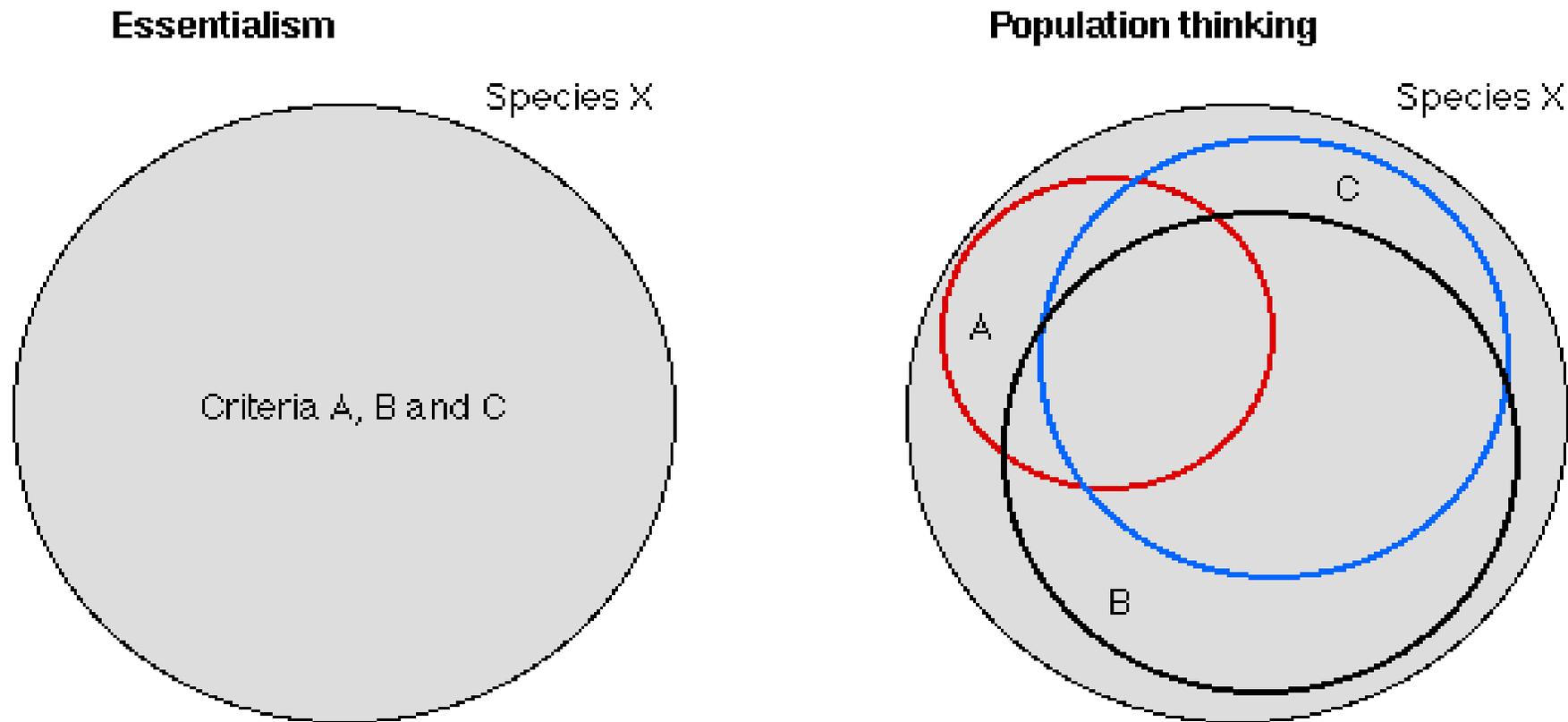


Algum A não é B



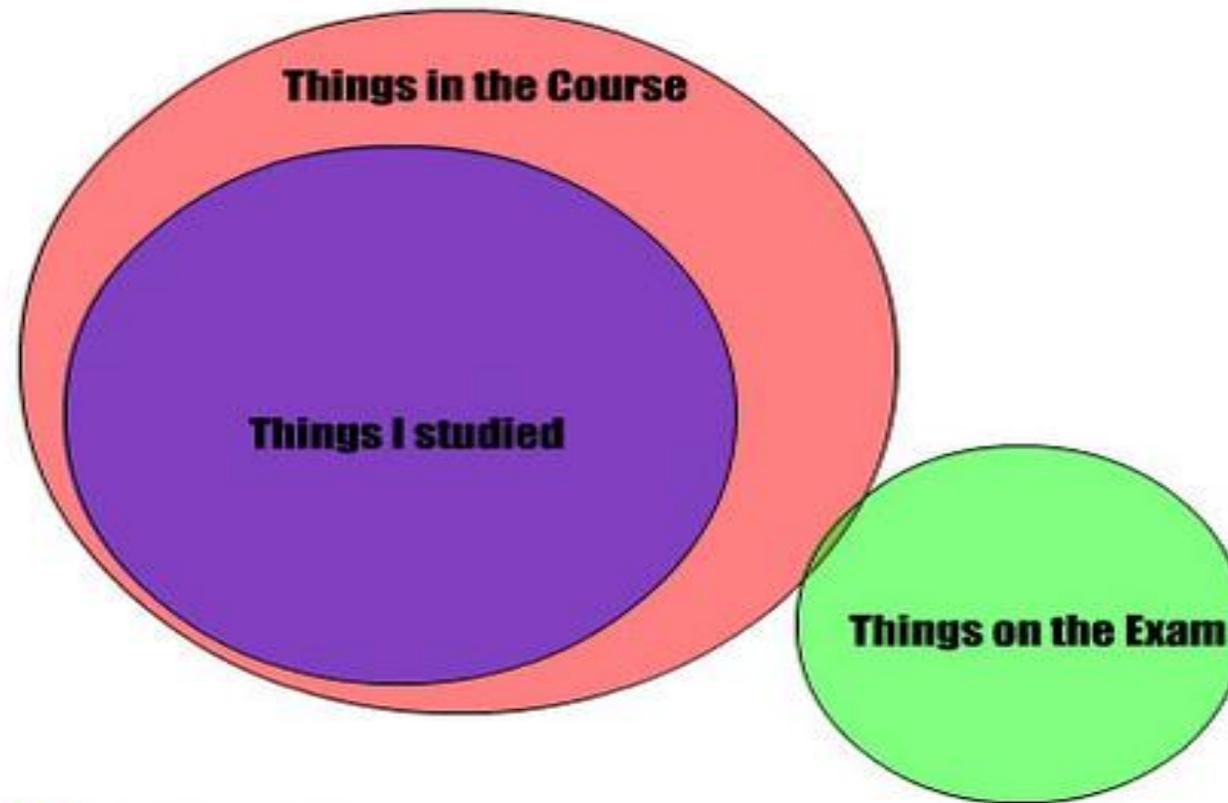
Diagramas de Euler e a Filosofia

- No livro *What makes biology unique?*, o biólogo evolucionista Ernst Mayr critica a concepção aristotélica de espécie baseada na noção de propriedades essenciais. Mayr afirma que esta noção é incompatível com a concepção evolutiva de espécie. Essa incompatibilidade pode ser expressa a partir dos diagramas abaixo.



Diagramas de Euler explicam o que os alunos acham que acontecem nas provas

Final Exams



Mas a verdade sobre as provas é que...



IF YOU DON'T STUDY

You shall not pass!